



CENNI TEORICI SU SISTEMI RF MULTICARRIER

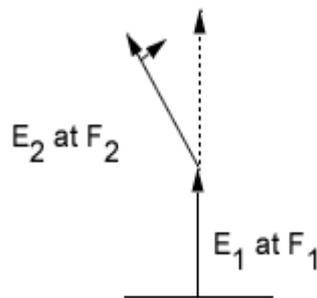
(Carlo Mozetic – OPTELEX – giugno 2017)

CAPITOLO I – Sistemi a più portanti di uguale ampiezza.....	2
1.1 Potenza istantanea.....	2
1.2 Spettro di portanti modulate in frequenza.....	4
1.3 Amplificazione di involucri a portante multipla.....	7
CAPITOLO II – Analisi degli involucri nel dominio del tempo.....	9
2.1 Sistema di due portanti non modulate.....	9
2.1.1 Intermodulazioni del terzo ordine.....	10
2.2 Sistema di quattro portanti non modulate.....	12
2.2.1 Riduzione del picco di involucri in un sistema a quattro portanti.....	13
2.3 Sistema di otto portanti correlate non modulate.....	16
2.4 Sistema di dieci portanti correlate non modulate.....	18
2.5 Sistema di cento (100) portanti correlate non modulate.....	19
2.6 Sistema di otto portanti modulate in FM.....	21

CAPITOLO I – Sistemi a più portanti di uguale ampiezza

1.1 Potenza istantanea

A differenza dei segnali OFDM costituiti da migliaia di portanti correlate ciascuna modulata sia in ampiezza che in fase, nei sistemi multiportante non correlate prive di modulazione AM il calcolo della potenza istantanea al picco di inviluppo (PEP – Peak Envelope Power) è abbastanza semplice. Facciamo l'esempio di due portanti non modulate aventi una frequenza diversa; rappresentiamole con due fasori:



Esempio 2

$$F_1 = 10,1 \text{ MHz}$$

$$F_2 = 10 \text{ MHz}$$

$$E_1 = E_2 = 1 \text{ V}$$

$$R = 1 \text{ Ohm}$$

In questo esempio se ci sincronizzassimo con il fasore avente per frequenza F_1 vedremmo ruotare il fasore avente per frequenza F_2 e viceversa. Essendo due tensioni uguali esse in certi istanti si annulleranno fra loro e in certi altri si sommeranno. In questo caso esse si sommeranno ogni:

$$\text{intervallo di coincidenza} = T_c = 1 / (F_1 - F_2) = 10 \mu\text{s}$$

Quando queste due tensioni si sommano si avrà una tensione doppia sul carico, ovvero:

$$P = (E_1 + E_2)^2 / R = (1 + 1)^2 / 1 = 4 \text{ Watt PEP}$$

In pratica, generalizzando questa formula per n portanti di ampiezza uguale si avrà:

$$P_{PEP} = \frac{\left(\sum_{1}^n E(n) \right)^2}{R}$$

Quindi, a questo punto è abbastanza facile intuire che al raddoppiare del numero di portanti di ampiezza uguale corrisponde un raddoppio della potenza efficace, ma la potenza al picco di inviluppo (Ppep) quadruplica poiché essa tiene conto degli istanti nei quali le tensioni delle due portanti si sommano sul carico.

Analogamente, all'aumentare del numero di portanti la potenza al picco di inviluppo aumenta con una funzione esponenziale, sempre che esse abbiano ampiezza uguale. Nel caso in cui queste abbiano ampiezze differenti, come nel caso di una trasmissione TV analogica, è necessario sommare il contributo in tensione di ogni singola portante sul carico. Questo è il motivo per cui in una trasmissione TV con audio stereo si utilizzano due portanti audio (-13dB e -20dB) di ampiezza inferiore a quella di una trasmissione TV con una singola portante mono (-10dB). In questo modo non viene intaccata la massima potenza al picco di inviluppo rendendo così tutti gli amplificatori

RF-TV compatibili con segnali audio stereo o bilingua. Nei segnali OFDM, invece, il calcolo è molto più complesso (si procede su base statistica, vedi CCDF) poiché ogni portante viene modulata anche in ampiezza con un contenuto di informazione diverso da portante a portante. In quest'ultimo caso al posto del PEP (Peak Envelope Power) si preferisce definire il parametro PAPR (Peak to Average Power Ratio).

Numero di portanti	Potenza su ogni portante per 1 W _{pep}	Potenza P _{pep} per N portanti da 1 W
N	$P = 1 / N^2$ Watts	$P = N^2$ Watts
1	1 W	1 W
2	250 mW	4 W
3	111 mW	9 W
4	63 mW	16 W
10	10 mW	100 W

Tabella 1: relazione fra numero di portanti e potenza P_{pep} con $N \leq 10$

In genere per caratterizzare gli amplificatori di potenza si usa spesso fornire l'indicazione della potenza al picco di inviluppo, oltre al punto di compressione a 1dB. Un amplificatore che è in grado di fornire 400W_{pep} è in grado di amplificare simultaneamente due portanti da 100Watt, ciascuna con una intermodulazione del terzo ordine contenuta entro limiti accettabili. A tale proposito ricordo che le intermodulazioni di ordine dispari sono quelle che maggiormente inficiano sulla qualità di un segnale televisivo, sia analogico che digitale. Di seguito, nella tabella 2 sono riportati i valori di potenza al picco di inviluppo con un numero di portanti RF ≥ 10 prive di modulazioni.

Numero di portanti	Potenza su ogni portante per 1W _{pep}	Potenza P _{pep} per N portanti da 1W
N	$P = 1 / N^2$ Watts (mW)	$P = N^2$ Watts
10	10,00000	100
20	2,50000	400
30	1,11111	900
40	0,62500	1600
50	0,40000	2500
60	0,27778	3600
70	0,20408	4900
80	0,15625	6400
90	0,12346	8100
100	0,10000	10000
110	0,08264	12100
120	0,06944	14400

Tabella 2: relazione fra numero di portanti e potenza P_{pep} con $N \geq 10$

Questo significa, ad esempio, che un amplificatore lineare RF da 1W_{pep} è in grado di amplificare correttamente un gruppo di 100 portanti RF da 0,1mW (100uW), mentre per poter garantire 1W di potenza su ciascuna portante con un sistema da 100 portanti non correlate fra loro è necessario disporre di un amplificatore RF lineare in grado di erogare almeno 10KW_{pep}. Analogamente si può affermare che un amplificatore RF lineare da 1KW_{pep} può garantire una corretta amplificazione di 100 portanti non correlate aventi una potenza massima in uscita di 100mW ciascuna. Oltre questo limite l'amplificatore andrebbe in saturazione provocando inevitabilmente prodotti indesiderati di intermodulazione non eliminabili nemmeno da un efficace precorrettore.

Ora, nel caso di portanti modulate, se ciascuna portante venisse modulata con un contenuto di informazione diverso è chiaro che anche l'intervallo di coincidenza T_c fra una portante e un'altra sarà diverso e pertanto potrebbe essere individuato soltanto su base statistica. Se invece il contenuto di informazione fosse uguale e se le portanti fossero equamente spaziate fra di loro anche tale intervallo rimarrebbe comunque identico fra portanti adiacenti. Tuttavia bisogna ricordare che parte del contributo energetico di ciascuna portante viene sempre distribuito sulle bande laterali, e nel caso di una modulazione FM in alcune situazioni esso si annulla (Bessel). Ma se il contenuto di informazione, l'indice e la profondità di modulazione rimanessero identici su ciascuna portante anche gli involucri delle bande laterali saranno identici, così come lo sarà ogni singolo fasore dell'intero involuppo. E di conseguenza ogni singola riga spettrale di ciascun involuppo sarà ripetuta integralmente per tutte le portanti, in ampiezza e in fase.

Nel caso di una modulazione FM, infatti, la somma dei moduli di ogni singola riga spettrale non coincide con il contributo energetico totale dell'involuppo. E per dimostrare questa teoria si può fare un semplice esempio riportato nel paragrafo seguente.

1.2 Spettro di portanti modulate in frequenza

Supponiamo di avere una portante FM modulata con le seguenti caratteristiche:

- a) $f_p = 100\text{MHz}$
- b) $f_m = 15\text{KHz}$
- c) $\Delta f = 45\text{KHz}$
- d) $V_p = 100\text{V}$

dove f_p è la frequenza della portante, f_m è la frequenza del tono modulante, Δf è la deviazione di frequenza e V_p è la tensione di cresta della portante.

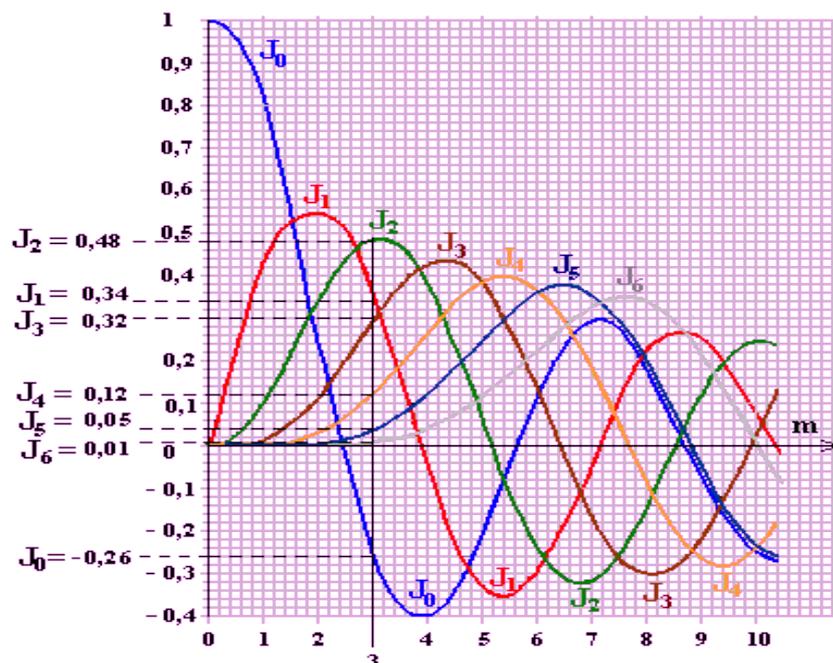


Figura 1: determinazione del modulo di ogni singola riga spettrale per $m=3$



Si determina così il valore di m (indice di modulazione) in base alla formula:

$$m = \frac{\Delta_f}{f_m} = \frac{45000}{15000} = 3$$

A questo punto per individuare il modulo di ogni singola riga spettrale sul diagramma delle funzioni di Bessel si traccia un segmento parallelo sull'asse delle ordinate in corrispondenza del valore $m=3$ dell'indice di modulazione e dall'intersezione con tutte le curve $J_0, J_1, J_2... J_6$ si determinano i valori che queste funzioni assumono per tale indice come è schematicamente indicato nella figura 1.

Risulta, dal grafico:

$$J_0 = -0,26 \div J_1 = 0,34 \div J_2 = 0,48 \div J_3 = 0,32 \div J_4 = 0,12 \div J_5 = 0,05 \div J_6 = 0,01$$

Pertanto le ampiezze delle righe spettrali, in Volt sono:

$$\begin{aligned} J_0 V_p &= |-0,26| \times 100 = 26V \\ J_1 V_p &= |0,34| \times 100 = 34V \\ J_2 V_p &= |0,48| \times 100 = 48V \\ J_3 V_p &= |0,32| \times 100 = 32V \\ J_4 V_p &= |0,12| \times 100 = 12V \\ J_5 V_p &= |0,05| \times 100 = 5V \end{aligned}$$

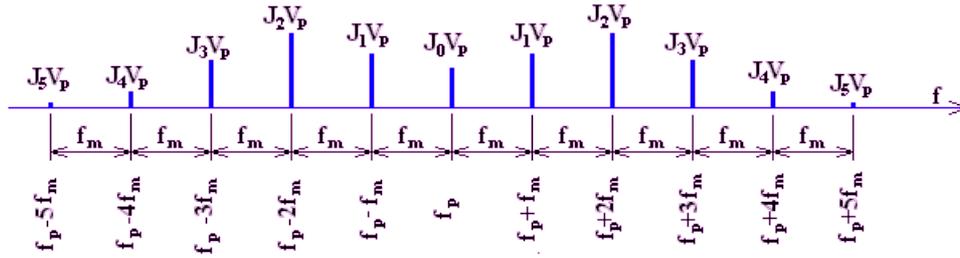
Si definisce banda di un segnale modulato in FM, l'insieme delle frequenze di valore significativo che lo costituiscono e cioè, nel caso in esame, di ampiezza superiore all'1% della portante non modulata in quanto sono queste quelle sole che, in pratica, vengono ascoltate in ricezione, mentre le altre, di ampiezza inferiore, non vengono percepite dall'orecchio umano e quindi non devono essere trasmesse. Ecco perché nell'esempio è stato escluso il contributo J_6 , sesta funzione di Bessel e le successive. Osservando le funzioni di Bessel il valore di riferimento della portante non modulata, cioè J_0 con $m=0$ è uguale a 1, così come è evidente che il livello della portante (J_0) si azzerava per $m \approx 2,4$ e per $m \approx 5,5$. Pertanto si stabilisce di considerare questi casi notevoli come facenti parte integrante della banda del segnale modulato in FM.

D'altra parte è però evidente che le funzioni di Bessel individuano solo il modulo di ciascuna riga che costituisce lo spettro di una portante modulata in frequenza perché la somma dei contributi energetici delle singole righe spettrali sopra individuate non coincide con il livello nominale della portante che invece rimane costante, cioè:

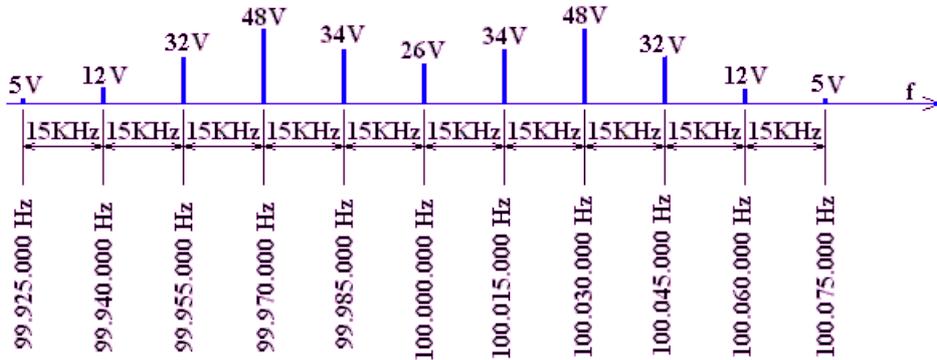
$$\sum (J_n \cdot V_p) \neq V_p \text{ cioè: } 26 + 34 + 48 + 32 + 12 \neq 100 (V_p)$$

e questo perché le funzioni di Bessel non tengono conto delle fasi dei singoli contributi spettrali.

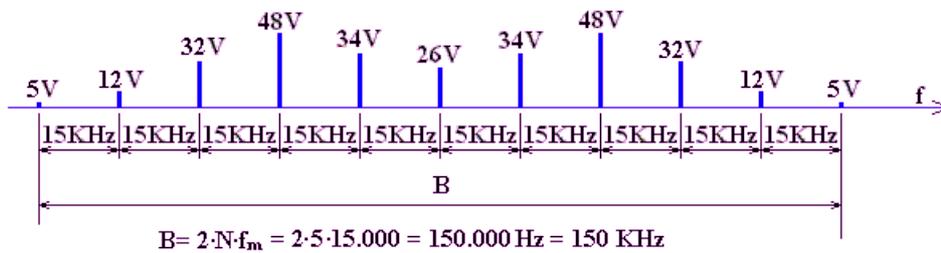
Ottenuti i valori delle funzioni di Bessel, si traccia la banda del segnale modulato in FM:


 Figura 2: spettro del segnale modulato in FM con un singolo tono per $m=3$

Lo stesso, con i valori numerici, risulta:


 Figura 3: spettro del segnale modulato in FM con un singolo tono da 15KHz per $m=3$

Pertanto nell'esempio la larghezza di banda è la seguente:


 Figura 4: larghezza di banda in FM con un singolo tono da 15KHz per $m=3$

La relazione ($B = 2 \cdot N \cdot f_m$) è quindi legata all'indice più alto della funzione di Bessel significativa e alla frequenza del segnale modulante.

Tuttavia si può calcolare la larghezza di banda, sebbene in modo approssimativo, senza disporre né dell'analizzatore di spettro, né delle funzioni di Bessel, usando una formula empirica, dovuta a Carson:

$$B = 2 (\Delta f + f_{m\max}) - \text{dove per } f_{m\max} \text{ si intende il massimo valore della frequenza modulante.}$$

In questo caso si avrebbe:

$$B = 2 (45000 + 15000) = 120\text{KHz}$$



E' evidente come il risultato di questa formula empirica sia affetto da errore, tuttavia il risultato è tanto più preciso quanto è più alto l'indice di modulazione.

Riassumendo, un sistema di portanti modulate in frequenza con lo stesso contenuto di informazione, oltre ad avere lo stesso contributo energetico di altrettanti portanti non modulate, qualora fossero equamente spaziate fra loro avranno in comune il medesimo intervallo di coincidenza fra portanti adiacenti, e che a sua volta è rappresentato dal reciproco della spaziatura fra le portanti stesse.

Nel caso di una normale trasmissione FM (mono) i parametri da considerare per determinare la massima larghezza di banda del canale sono le seguenti:

$$f_m = 15\text{KHz (massima frequenza del tono modulante)}$$

$$\Delta f = 75\text{KHz (massima deviazione di frequenza)}$$

In questo caso l'indice di modulazione sarà:

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{75000}{15000} = 5$$

Con tale indice di modulazione l'indice più alto della funzione di Bessel significativa corrisponde a 6, pertanto la larghezza “netta” del canale sarà pari a:

$$B = 2 \cdot 6 \cdot 15000 = 180\text{KHz}$$

Per questo motivo in Italia è stato definito che la larghezza “lorda” di un canale FM è pari a 200KHz. E siccome in Italia la banda FM inizia alla frequenza di 87,5MHz a partire da questa frequenza i canali dovrebbero essere distribuiti uniformemente a passi di 200KHz e cioè 87,7MHz, 87,9MHz, 88,1MHz e così via. E in effetti tutti i canali radio trasmessi dalla RAI Radiotelevisione italiana seguono questa norma, universalmente riconosciuta valida anche per le trasmissioni radio stereofoniche in modalità analogica. Tuttavia in Italia molti privati utilizzano anche frequenze che non rispettano questa norma i cui canali si trovano spesso shiftati di 100KHz, ad esempio Radio Dimensione Suono a Roma si trova a 103MHz mentre per la regola si dovrebbe trovare a 103,1MHz oppure a 102,9MHz.

1.3 Amplificazione di involuppi a portante multipla

Un segnale costituito da portanti multiple, benché queste vengano modulate solo in frequenza, generano un involuppo caratterizzato da profonde variazioni di ampiezza cicliche che hanno una cadenza tipicamente determinata dal loro intervallo di coincidenza e dai suoi multipli. Amplificare un involuppo con queste caratteristiche necessita di amplificatori RF speciali dotati di una dinamica elevatissima, cioè in grado di trattare segnali che in un tempo brevissimo possono erogare verso il carico potenze istantanee comprese fra pochi Watt fino a centinaia o addirittura migliaia di Watt e viceversa. I classici amplificatori lineari in classe A o AB non sono i più indicati per questo scopo perché la loro efficienza è inversamente proporzionale alla loro dinamica. Al momento esistono due possibili soluzioni efficaci per amplificare con una buona efficienza involuppi di segnali multiporanti modulate: gli amplificatori “doherty” e gli amplificatori “envelope tracking” (ETPA).

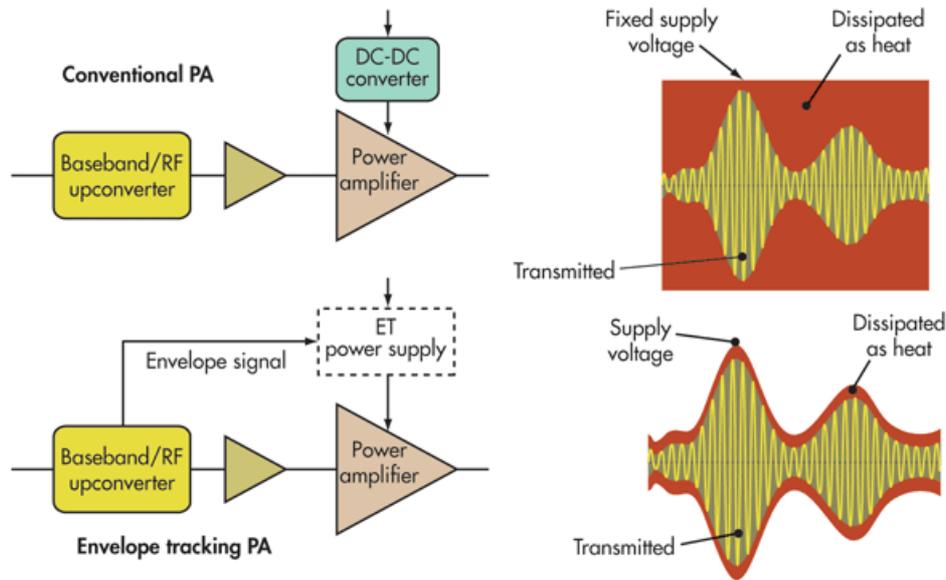


Figura 5: differenza fra amplificatori convenzionali e quelli “envelope tracking”

Mentre gli ormai noti amplificatori “doherty” vengono scelti prevalentemente per amplificare segnali a più portanti ortogonali modulate sia in ampiezza che in fase e che costituiscono un singolo canale trasmissivo a banda larga (OFDM, COFDM, ecc.), per amplificare un involuppo di più portanti modulate in FM distribuite su una intera banda di trasmissione radio VHF è preferibile utilizzare amplificatori di tipo “envelope tracking” ovvero a inseguimento di involuppo. Questi amplificatori sono simili a quelli “EER” (Envelope Elimination and Restoration) con la differenza che quelli “envelope tracking” non ricavano il segnale modulante dall'involuppo RF che si presenta in ingresso, ma lo ricevono direttamente dal modulatore digitale, vedi figura 5.

Gli amplificatori convenzionali utilizzano una tensione di alimentazione fissa ma adeguata per sopperire solamente alle imponenti richieste energetiche necessarie per amplificare correttamente l'involuppo quando questo presenta la sua maggiore ampiezza. Quando l'involuppo presenta un'ampiezza più modesta, cosa questa che spesso avviene per oltre il 90% del tempo di esercizio, buona parte dell'energia assorbita dall'alimentatore si trasforma in calore riducendo così sensibilmente l'efficienza complessiva dell'amplificatore. Negli amplificatori ETPA, invece, la tensione di alimentazione dell'amplificatore viene sempre adattata istante per istante seguendo la modulazione AM dell'involuppo RF che deve essere amplificato. L'adattamento della tensione di alimentazione avviene attraverso una tecnica switching PWM ad alta velocità di commutazione.

Anche se il concetto con cui funziona un amplificatore “envelope tracking” può sembrare abbastanza banale la sua realizzazione invece è complicatissima per numerosi aspetti. Innanzi tutto il segnale RF presente all'ingresso dell'amplificatore deve essere ritardato nel tempo per garantire i giusti tempi di reazione al circuito switching che dovrà adattare il livello della tensione di alimentazione. Inoltre, tali tempi di reazione devono essere sufficientemente veloci da riuscire a inseguire l'ampiezza dell'involuppo RF mantenendo sempre una perfetta stabilità nonché un coefficiente di smorzamento ottimale. Oltretutto si è visto che per garantire i corretti tempi di reazione è fondamentale utilizzare frequenze di commutazione almeno quattro volte superiori al reciproco del tempo di salita più ripido dell'involuppo RF presente all'ingresso dell'amplificatore. Nel caso di involuppi a portanti multiple non correlate ma equidistanti questo tempo è legato all'intervallo di coincidenza, o meglio a uno dei suoi multipli, quindi per 200KHz di spaziatura fra le portanti la frequenza di commutazione del circuito switching sarà nell'ordine di qualche MHz.

Al momento solo la Nujira Corporation (e forse anche la Thomcast) ha sviluppato circuiti switching adatti a questo scopo, ottenendo una efficienza dell'amplificatore superiore al 50%. Tuttavia si parla di circuiti in grado di pilotare amplificatori con potenze non superiori a 500Wrms. Per potenze superiori è necessario combinare più stadi di amplificazione, ciascuno dotato del proprio “modulatore” della tensione di alimentazione. In alternativa rimane sempre valido l'utilizzo di amplificatori “doherty” a banda allargata che però garantiscono efficienze che si attestano intorno al 40%. In questo caso, per avere un back-off superiore ai 6dB canonici, tipicamente impiegati nelle trasmissioni digitali OFDM, bisogna combinare un numero più alto di stadi amplificatori di cresta (peak amplifiers). Per avere 9dB di back-off ce ne vogliono due, mentre per averne 12 ce ne vogliono tre. E comunque, per garantire una sufficiente linearità, sia in fase che in ampiezza, entrambi i tipi di amplificatori, envelope tracking e doherty, necessitano di un adeguato circuito di precorrezione non lineare dell'involuppo RF che riduce sensibilmente il livello dei prodotti di intermodulazione che inevitabilmente verranno generati dall'amplificatore.

CAPITOLO II – Analisi degli involuppi nel dominio del tempo

2.1 Sistema di due portanti non modulate

Supponiamo di avere due generatori di corrente sinusoidale entrambi collegati ad un carico resistivo R1. Schematicamente si avrebbe una situazione come quella mostrata in figura 6.

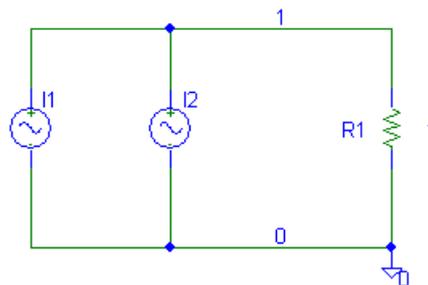


Figura 6: due generatori di corrente sinusoidale collegati su una resistenza di carico

Pertanto si avrà la seguente situazione:

$$i_1 = I_1 \cdot \cos(\omega_1 t) \quad i_2 = I_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \quad i_{R1} = I_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + I_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \quad ; \quad I_1 = I_2 = 1A$$

$$\text{dove } \omega_1 = 2\pi f_1 t \quad \text{e} \quad \omega_2 = 2\pi f_2 t \quad ; \quad f_1 = 100MHz \quad \text{e} \quad f_2 = 98,8MHz \quad ; \quad R_1 = 1 \text{ ohm}$$

e quindi l'intervallo di coincidenza sarà: $Ci(t) = \frac{1}{\Delta f} = 5 \cdot 10^{-6} s$ con $\Delta f = f_1 - f_2$

I generatori hanno uguale ampiezza ma frequenza differente, pertanto ci si aspetta che ogni 5us i moduli delle due correnti I1 e I2 si vadano a sommare sul carico R1 creando così una corrente complessiva doppia; in altri istanti le due correnti I1 e I2 si andranno a sottrarre riducendo quindi la corrente sul carico fino ad azzerarla.

Una simulazione nel dominio del tempo di questo circuito è rappresentato in figura 7.

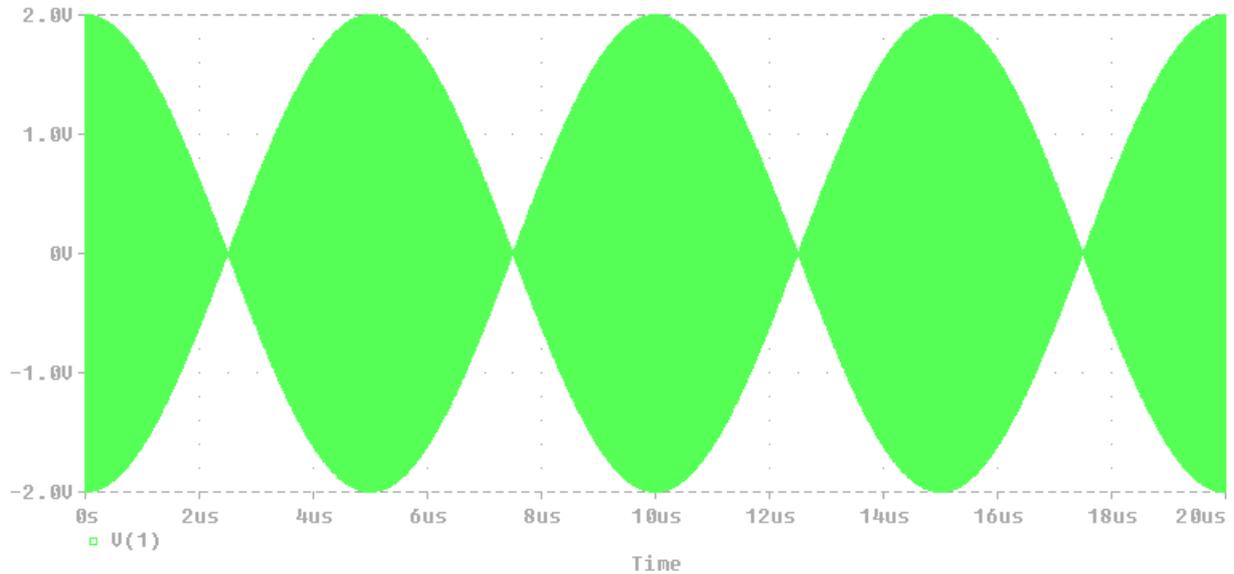


Figura 7: simulazione nel dominio del tempo del circuito indicato in fig.6

Per la spiegazione teorica dell'involuppo rappresentato in fig.7 si rimanda al precedente par.1.1.

2.1.1 Intermodulazioni del terzo ordine

Quando l'involuppo rappresentato in fig.7 viene applicato all'ingresso di un amplificatore, qualora quest'ultimo fosse perfettamente lineare, ritroveremo alla sua uscita un involuppo identico a quello in ingresso ma “amplificato”. Tuttavia qualsiasi amplificatore introduce sempre una certa “distorsione”. Le distorsioni che si possono creare sono fondamentalmente di due tipi: la distorsione armonica e la distorsione di intermodulazione. La prima produce contributi armonici a frequenze multiple di quelle fondamentali presenti in ingresso; la seconda, invece, produce “prodotti armonici”, e cioè prodotti incrociati fra le stesse armoniche e le frequenze fondamentali. Le distorsioni di intermodulazione sono quindi sempre subordinate a quelle armoniche, se non esistessero i prodotti armonici non sarebbe comunque possibile creare prodotti di intermodulazione di grado superiore al secondo. In ogni caso entrambi i tipi di distorsione sono proporzionali al grado di non linearità di un amplificatore, tanto più un amplificatore non è lineare tanto più il segnale alla sua uscita è affetto da distorsione.

L'involuppo creato da due o più portanti di uguale ampiezza ma di frequenza diversa combinate fra loro (ad esempio come quello rappresentato in fig.7) mette a dura prova la linearità di un amplificatore. Mentre le frequenze armoniche e le intermodulazioni di ordine pari si trovano in genere molto lontano dalla banda di frequenza operativa dell'amplificatore, e quindi possono essere eliminate facilmente con appositi filtri, le intermodulazioni di ordine dispari sono quelle più “fastidiose” perché ricadono sempre “in banda”, in particolare quelle del terzo ordine vengono utilizzate proprio per valutare la linearità degli amplificatori perché il loro livello fornisce una chiara visibilità dell'effettiva distorsione dell'amplificatore.

Supponiamo di applicare all'ingresso di un amplificatore due generatori aventi uguale ampiezza ma di frequenza diversa f_1 e f_2 (caso simile a quello definito al par.2.1). L'amplificatore introduce una distorsione armonica che produce multipli di queste due frequenze ($2f_1, 3f_1, 4f_1$, ecc. ma anche $2f_2, 3f_2, 4f_2$, ecc.). I prodotti armonici $2f_1$ e $2f_2$ a loro volta ricadono in banda per sottrazione delle reciproche frequenze fondamentali creando la situazione rappresentata in fig.8.

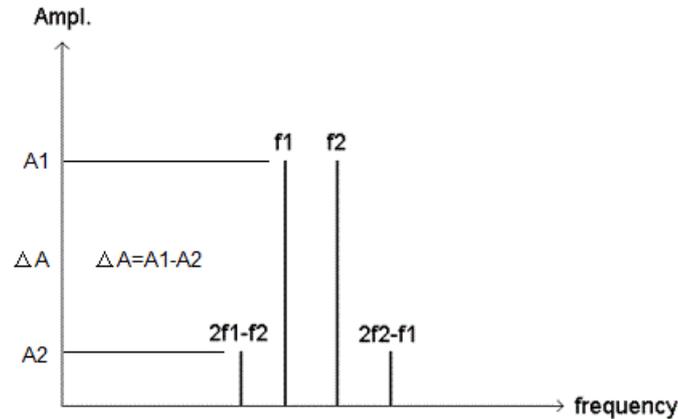


Figura 8: prodotti di intermodulazione del terzo ordine

La differenza Δf fra le due frequenze originali, f_1 e f_2 , è pari alla differenza fra ciascuna di esse e il rispettivo prodotto di intermodulazione. Per quanto riguarda l'ampiezza di tali prodotti, invece, essa è rappresentata dalla seguente relazione:

$$-(\Delta A)_{dB} = 3(\Delta f_1 \wedge \Delta f_2)_{dB}$$

In pratica per ogni incremento di 1dB delle frequenze fondamentali f_1 e f_2 presenti in ingresso all'amplificatore la differenza ΔA decresce di 3dB. Vale a dire che per ogni incremento di 1dB di f_1 e di f_2 i loro prodotti di intermodulazione del terzo ordine crescono di 3dB e viceversa, cioè se il livello di f_1 e di f_2 si riduce invece di 1dB il livello dei loro prodotti di intermodulazione del terzo ordine si riducono di 3dB.

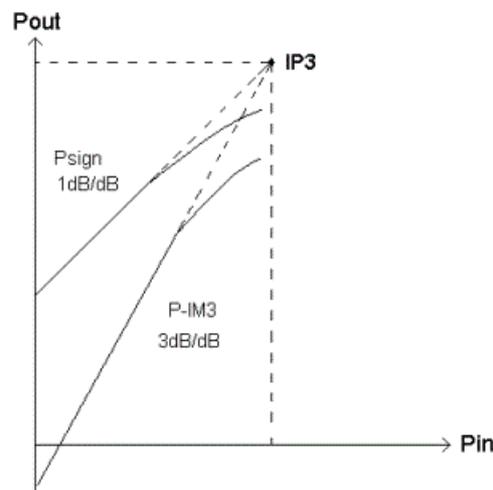


Figura 9: metodo grafico per individuare il punto di intercetta del terzo ordine

Per valori molto alti di distorsione causati dalla saturazione dell'amplificatore questa relazione non è più valida ed è per questo motivo che il punto di intercetta del terzo ordine (IP3), che deriva proprio dal ragionamento esposto pocanzi, è un punto puramente ideale che può essere individuato anche in maniera grafica come è rappresentato in fig.9. E' evidente che il punto di intercetta del terzo ordine altro non è che l'estrapolazione lineare del punto in cui si incrociano le rette tangenti alle funzioni Psign (potenza del segnale in ingresso, espressa in dB) e P-IM3 (potenza del livello di intermodulazione prodotto dall'amplificatore in uscita, espressa in dB).

2.2 Sistema di quattro portanti non modulate

Supponiamo di avere quattro generatori di corrente sinusoidale collegati a un singolo carico resistivo R1. Lo schema è quello rappresentato in figura 10.

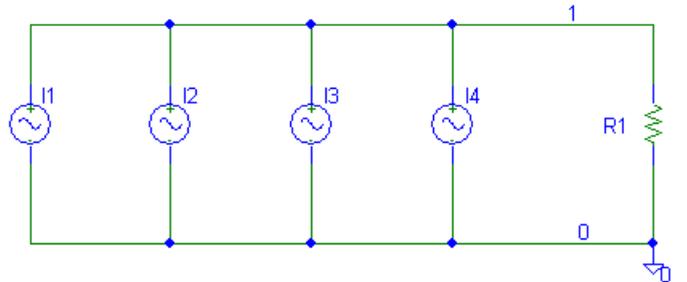


Figura 10: quattro generatori di corrente sinusoidale collegati su una resistenza di carico

Pertanto si avrà la seguente situazione:

$$i_1 = I_1 \cdot \cos(\omega_1 t) \quad i_2 = I_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \quad i_3 = I_3 \cdot \cos(\omega_3 t) \quad i_4 = I_4 \cdot \cos(\omega_4 t)$$

dove: $\omega_1 = 2\pi f_1 t$ $\omega_2 = 2\pi f_2 t$ $\omega_3 = 2\pi f_3 t$ $\omega_4 = 2\pi f_4 t$; $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 1A$

e: $f_1 = 100MHz$ $f_2 = 98,8MHz$ $f_3 = 98,6MHz$ $f_4 = 98,4MHz$, $R_1 = 1ohm$

l'intervallo di coincidenza sarà identico all'esempio precedente con due soli generatori, cioè:

$$C_i(t) = \frac{1}{\Delta f} = 5 \cdot 10^{-6} s$$

Anche in questo caso i generatori hanno uguale ampiezza ma frequenza differente. Una simulazione nel dominio del tempo di questo circuito è rappresentato in figura 11.

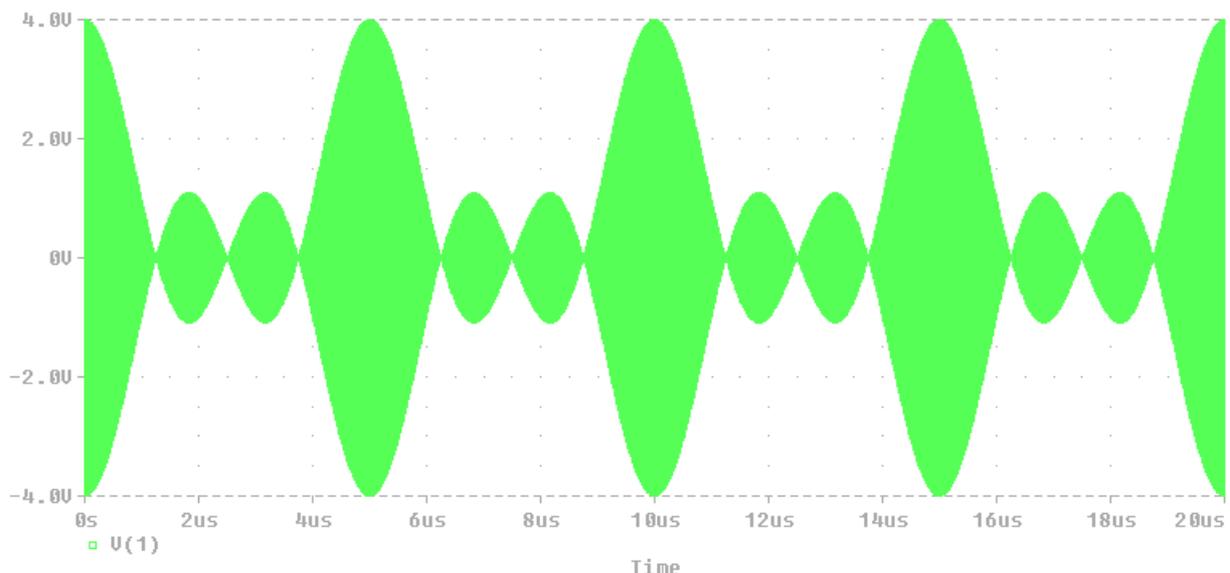


Figura 11: simulazione nel dominio del tempo del circuito indicato in fig.10

Osservando il diagramma di fig.11 si possono chiaramente distinguere n.3 livelli:

- livello minimo (0V): questo livello viene raggiunto ciclicamente dal segnale ogniqualvolta due coppie di generatori si trovano in opposizione di fase fra loro;
- livello intermedio ($\pm 1V$): questo livello viene raggiunto quando una coppia di generatori si trova in opposizione di fase mentre le fasi dell'altra coppia si trovano in quadratura;
- livello massimo ($\pm 4V$): questo livello viene raggiunto quando tutti e quattro i generatori si trovano ciclicamente in fase fra loro.

Quindi in questo caso potremo sintetizzare che:

$$V_{pep} = R \cdot \sum_{n=1}^4 |i_n(t)|$$

In realtà esisterebbero anche altre due condizioni particolari (livelli intermedi) da considerare e che però non appaiono evidenti in questa simulazione:

- il livello intermedio di $\pm 2V$: questo livello non appare perché non esiste mai la condizione in cui 2 generatori si sommano in fase mentre gli altri due si trovano in opposizione di fase;
- il livello intermedio di $\pm 3V$: questo livello non appare perché non capita mai che tre generatori si sommino in fase mentre il quarto si trova in quadratura.

Questa situazione accade perché tutti i generatori partono sempre con la stessa fase al tempo $t=0$ cioè all'inizio del primo ciclo. Variando opportunamente la fase dei generatori nell'istante iniziale la forma dell'involuppo cambia radicalmente facendo emergere le due condizioni sopra elencate al punto (a) e al punto (b). Ebbene proprio su questo concetto si basa il prossimo paragrafo che è orientato alla riduzione del picco di involuppo sui sistemi multiportante.

2.2.1 Riduzione del picco di involuppo in un sistema a quattro portanti

Per valutare meglio come sia possibile ridurre il livello del picco di involuppo su un sistema a quattro portanti dobbiamo simulare il circuito rappresentato in fig.12 nel dominio del tempo.

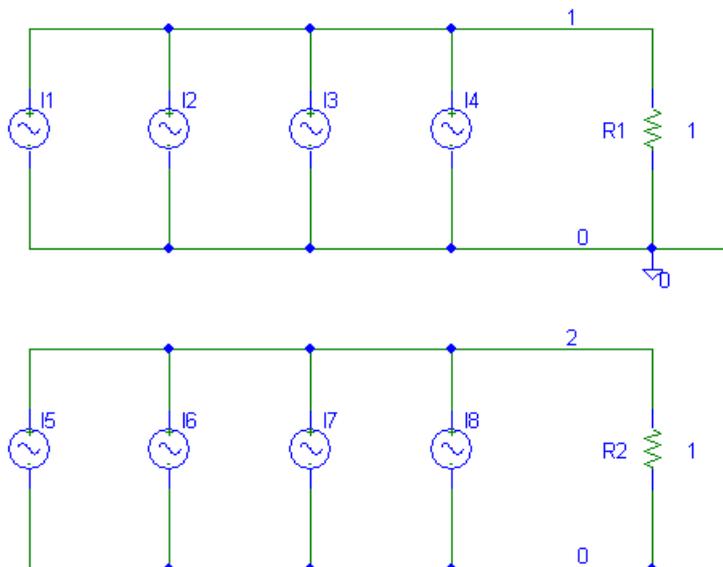


Figura 12: schema di due sistemi a quattro portanti a fase mista

In questo circuito i primi quattro generatori, I_1 I_2 I_3 e I_4 , che all'inizio del ciclo al tempo $t=0$ hanno in comune la fase, erogano le loro correnti verso il carico resistivo R_1 . Gli altri quattro generatori I_5 I_6 I_7 e I_8 erogano le loro correnti verso il carico resistivo R_2 , ma in questo caso la fase dei due generatori I_5 I_6 è opposta a quella degli altri due. Pertanto in questa situazione si avrà:

$$i_1 = I_1 \cdot \cos(\omega_1 t) \quad i_2 = I_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \quad i_3 = I_3 \cdot \cos(\omega_3 t) \quad i_4 = I_4 \cdot \cos(\omega_4 t)$$

$$i_5 = I_5 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad i_6 = I_6 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad i_7 = I_7 \cdot \cos(\omega_3 t + \varphi_3) \quad i_8 = I_8 \cdot \cos(\omega_4 t + \varphi_4)$$

$$\text{dove: } \omega_1 = 2\pi f_1 t \quad \omega_2 = 2\pi f_2 t \quad \omega_3 = 2\pi f_3 t \quad \omega_4 = 2\pi f_4 t \quad ; \quad I_1 \dots I_8 = 1A \quad ; \quad R_1 = R_2 = 1 \text{ ohm}$$

$$\text{e: } f_1 = 100 \text{ MHz} \quad f_2 = 98,8 \text{ MHz} \quad f_3 = 98,6 \text{ MHz} \quad f_4 = 98,4 \text{ MHz} \quad ; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 180^\circ \quad \varphi_3 = \varphi_4 = 0^\circ$$

Con questi valori la simulazione nel dominio del tempo è quella rappresentata in fig.13

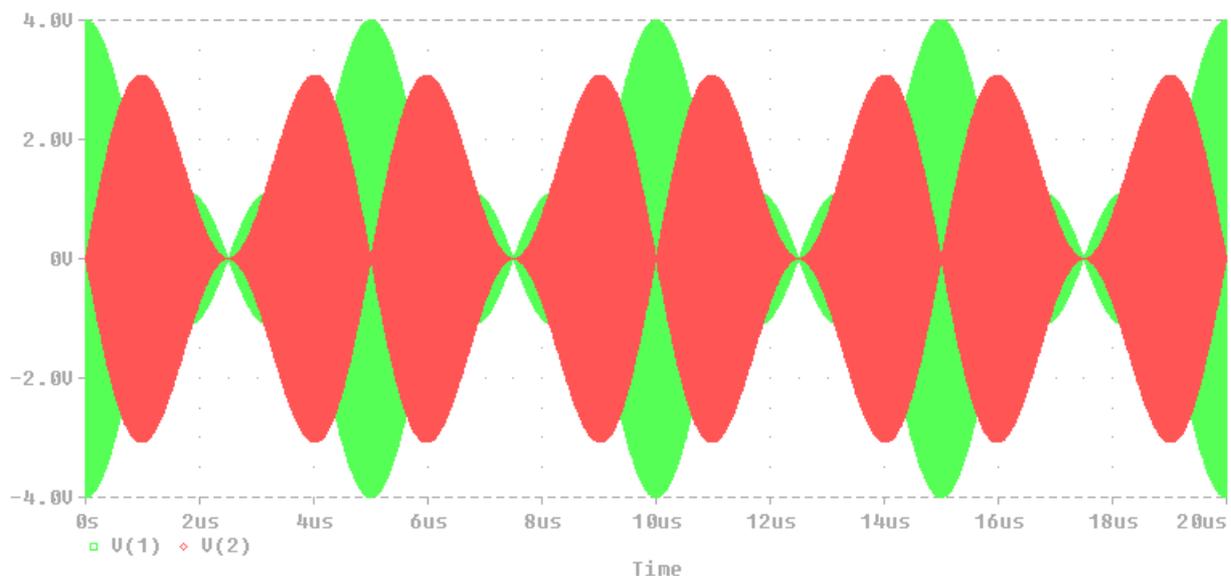


Figura 13: simulazione con due generatori in opposizione di fase al tempo $t=0$ (inizio ciclo)

L'involuppo al nodo "2" (vedi fig.12) è rappresentato col colore rosso mentre l'involuppo al nodo "1" (equivalente a quello di fig.11) è rappresentato col colore verde. Comparando i due grafici con la stessa scala è evidente la sensibile riduzione del valore del picco di involuppo perché in questa situazione si verifica anche la condizione rappresentata in fig.14.

Nell'istante $t=0$ (inizio ciclo) due coppie di vettori di ampiezza uguale si sommano in opposizione di fase restituendo un vettore risultante nullo (traccia rossa). Questa situazione si ripete ogni $5\mu\text{s}$, cioè ogniqualvolta si compie un intero intervallo di coincidenza. All'interno di quest'ultimo intervallo però si osserva che il vettore risultante si annulla anche per $t=2,5\mu\text{s}$ e presenta due picchi di pari livello per $t=1\mu\text{s}$ e $t=4\mu\text{s}$. Questi due picchi di segnale raggiungono la tensione di $\pm 3V$, ovvero un livello di $\pm 1V$ inferiore rispetto a quella analizzata in precedenza (traccia verde). In pratica, durante questi picchi di tensione si verifica che tre vettori si sommano in fase, mentre il quarto si trova in quadratura (ortogonale agli altri) e quindi in quell'istante il suo contributo ai fini del vettore risultante i_{peak} diventa nullo. Pertanto in questo caso potremo scrivere:

$$\text{posto che: } \varphi_1 = \varphi_2 = 180^\circ \text{ e } \varphi_3 = \varphi_4 = 0^\circ \text{ allora:}$$

$$V_{pep} = \frac{3}{4} \cdot R \cdot \sum_{n=5}^8 |i_n(t)|$$

cioè il 75% del valore di picco che si otterrebbe quando i quattro generatori sono sincronizzati in fase al tempo $t=0$ (traccia verde).

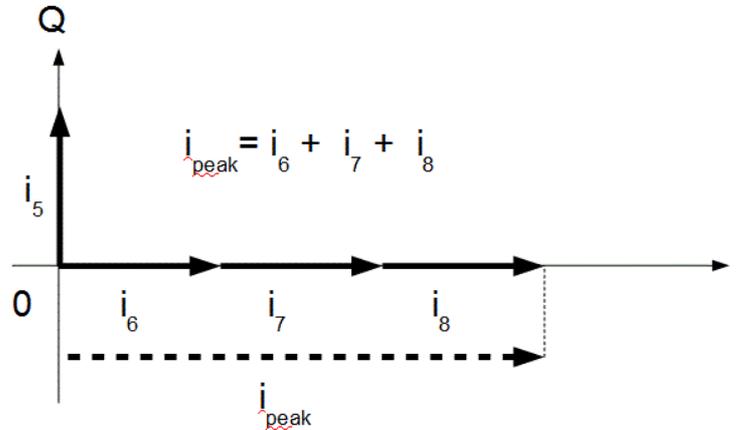


Figura 14: composizione istantanea delle fasi dei generatori I_5 , I_6 , I_7 e I_8 rappresentati in fig.12

Supponiamo ora di mantenere lo stesso circuito e gli stessi parametri di fig.12, ma impostiamo le seguenti fasi dei quattro generatori I_5 , I_6 , I_7 e I_8 al tempo $t=0$:

$$\varphi_1 = 90^\circ \quad \varphi_2 = 0^\circ \quad \varphi_3 = 180^\circ \quad \varphi_4 = 270^\circ$$

Simulando il circuito nel dominio del tempo si otterrà l'involuppo rappresentato in fig.15:

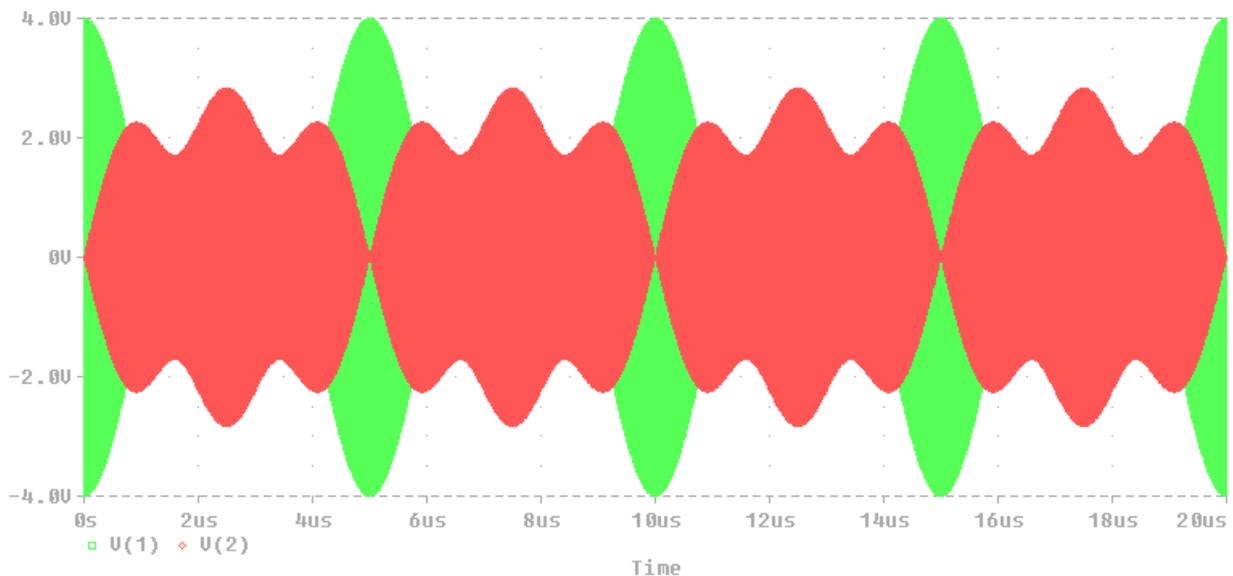


Figura 15: simulazione con generatori in quadratura al tempo $t=0$ (inizio ciclo)

In questa simulazione si può osservare che il livello di picco dell'involuppo presente al nodo "2" è inferiore a quello massimo rappresentato in fig.13 ($\pm 2,82V$ contro i $\pm 3V$). Inoltre si può anche osservare che la densità di questo involuppo è considerevolmente aumentata rispetto a quello originale evidenziato in verde (vedi anche fig.11); oltretutto mentre nell'involuppo originale la

tensione di picco coincideva con l'intervallo di coincidenza (multipli di $5\mu s$ a partire dal tempo $t=0$) nell'involuppo presente al nodo "2" in quegli stessi istanti è presente una tensione nulla.

Questo accade perché quando tutti i generatori al tempo $t=0$ (inizio ciclo) presentano una fase ortogonale l'una rispetto all'altra accade ciò che è rappresentato in fig.16. In realtà, come vedremo, le fasi iniziali dei singoli generatori non possono essere prese a caso ma devono seguire una certa logica che tiene conto del numero dei generatori presenti nel circuito e della loro frequenza.

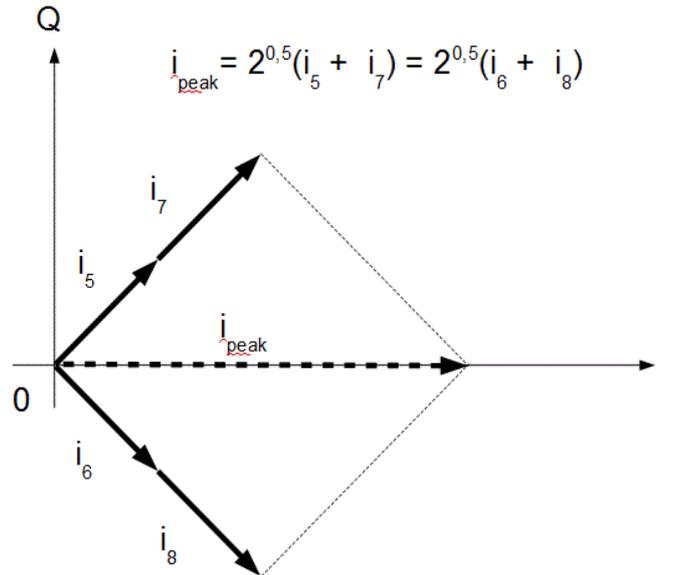


Figura 16: composizione istantanea delle fasi dei generatori I_5 I_6 I_7 e I_8 con fasi in quadratura

Posto che: $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = 0^\circ$, $\varphi_3 = 180^\circ$ e $\varphi_4 = 270^\circ$ allora:

$$V_{pep} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R \cdot \sum_{n=5}^8 |i_n(t)|$$

Questo è un esempio pratico che illustra il concetto di "correlazione delle portanti", cioè uno degli stessi concetti matematici con cui oggi vengono "costruiti" i segnali digitali OFDM, che tuttavia presentano una struttura molto più complessa. Per garantire la perfetta correlazione fra tutte le sorgenti questi segnali devono essere prodotti per sintesi diretta e mediante sistemi numerici, non possono essere realizzati con sistemi analogici che al massimo potrebbero garantire l'aggancio in frequenza delle portanti ma non le loro fasi nel tempo. Come vedremo successivamente negli involuppi di segnali multicarrier, "costruiti" sulle basi di questo concetto, all'aumentare del numero delle portanti l'incremento iperbolico dell'ampiezza del vettore risultante in prossimità dell'intervallo di coincidenza è sensibilmente ridotto rispetto ai sistemi con sorgenti non correlate.

2.3 Sistema di otto portanti correlate non modulate

Supponiamo ora di analizzare un sistema a otto portanti correlate fra loro. Lo schema elettrico che andremo ad analizzare è rappresentato in fig.17. In questo circuito i primi otto generatori, $I_1 \dots I_8$, che all'inizio del ciclo al tempo $t=0$ hanno in comune la fase ($\cos \omega_n t$ dove $n=1..8$), erogano le loro correnti verso il carico resistivo $R1$. Gli altri otto generatori $I_9 \dots I_{16}$ erogano invece le loro correnti verso il carico resistivo $R2$. La fase di questo secondo gruppo di generatori al tempo $t=0$ è shiftata di 45° l'una rispetto all'altra secondo un piano ben preciso.

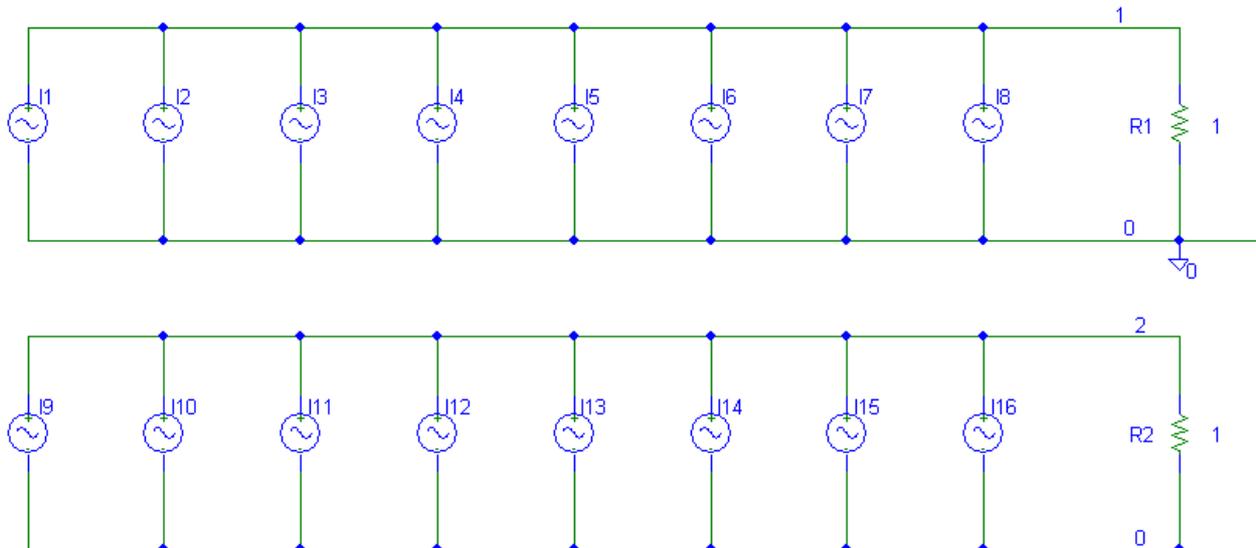


Figura 17: schema di due sistemi a otto portanti a fase mista

I generatori centrali I_{12} e I_{13} sono shiftati di 180° fra loro, quelli adiacenti sono shiftati in modo incrementale verso destra e verso sinistra di 45° secondo lo schema seguente:

$$\varphi_1 = 135^\circ, \varphi_2 = 90^\circ, \varphi_3 = 45^\circ, \varphi_4 = 0^\circ, \varphi_5 = 180^\circ, \varphi_6 = 225^\circ, \varphi_7 = 270^\circ \text{ e } \varphi_8 = 315^\circ$$

dove:

$$f_1 = 100 \text{ MHz} \quad f_2 = 98,8 \text{ MHz} \quad f_3 = 98,6 \text{ MHz} \quad f_4 = 98,4 \text{ MHz}$$

$$f_5 = 98,2 \text{ MHz} \quad f_6 = 98 \text{ MHz} \quad f_7 = 97,8 \text{ MHz} \quad f_8 = 97,6 \text{ MHz}$$

$$w_1 = 2\pi f_1 t \quad w_2 = 2\pi f_2 t \quad w_3 = 2\pi f_3 t \quad w_4 = 2\pi f_4 t$$

$$w_5 = 2\pi f_5 t \quad w_6 = 2\pi f_6 t \quad w_7 = 2\pi f_7 t \quad w_8 = 2\pi f_8 t$$

e:

$$i_9 = I_9 \cdot \cos(w_1 t + \varphi_1) \quad i_{10} = I_{10} \cdot \cos(w_2 t + \varphi_2) \quad i_{11} = I_{11} \cdot \cos(w_3 t + \varphi_3) \quad i_{12} = I_{12} \cdot \cos(w_4 t + \varphi_4)$$

$$i_{13} = I_{13} \cdot \cos(w_5 t + \varphi_5) \quad i_{14} = I_{14} \cdot \cos(w_6 t + \varphi_6) \quad i_{15} = I_{15} \cdot \cos(w_7 t + \varphi_7) \quad i_{16} = I_{16} \cdot \cos(w_8 t + \varphi_8)$$

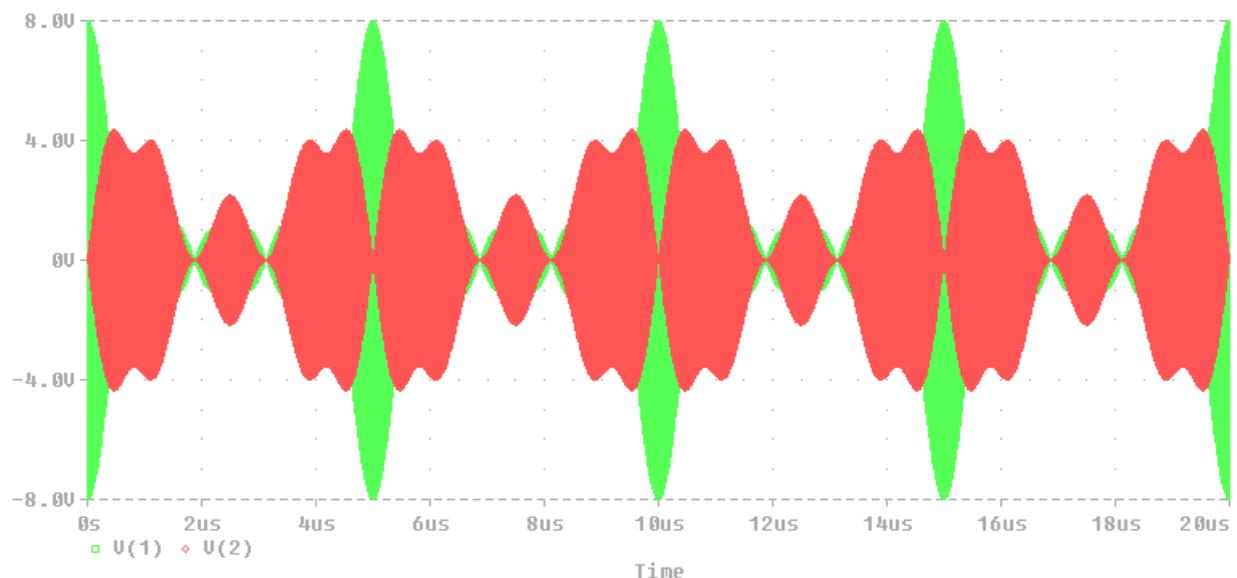


Figura 18: simulazione con n.8 generatori; non correlati (in verde) e correlati (in rosso)

Gli altri valori di riferimento rimangono gli stessi, cioè: $I_1 \dots I_{16} = 1A$, $R_1 = R_2 = 1\ ohm$

In fig.18 è raffigurato il risultato della simulazione nel dominio del tempo sia per le sorgenti non correlate in fase fra loro ($I_1 \dots I_8$ in verde) sia per quelle correlate ($I_9 \dots I_{16}$ in rosso). La differenza dei valori ottenuti sul picco di involuppo è ancora più evidente, in valore assoluto con 8 portanti questa differenza è pari a quasi 6dB. Anche in questo caso con sorgenti correlate è evidente un brusco annullamento del livello dell'involuppo in prossimità dell'intervallo di coincidenza.

2.4 Sistema di dieci portanti correlate non modulate

Al solo scopo di sfatare la convinzione che la correlazione dei segnali possa sussistere solo per multipli di quattro sorgenti abbiamo realizzato un apposito circuito con 10 generatori di corrente correlati ($I_{11} \dots I_{20}$) e lo abbiamo confrontato con un altro composto da 10 generatori non correlati ($I_1 \dots I_{10}$). Lo schema di principio è quello rappresentato in fig.19.

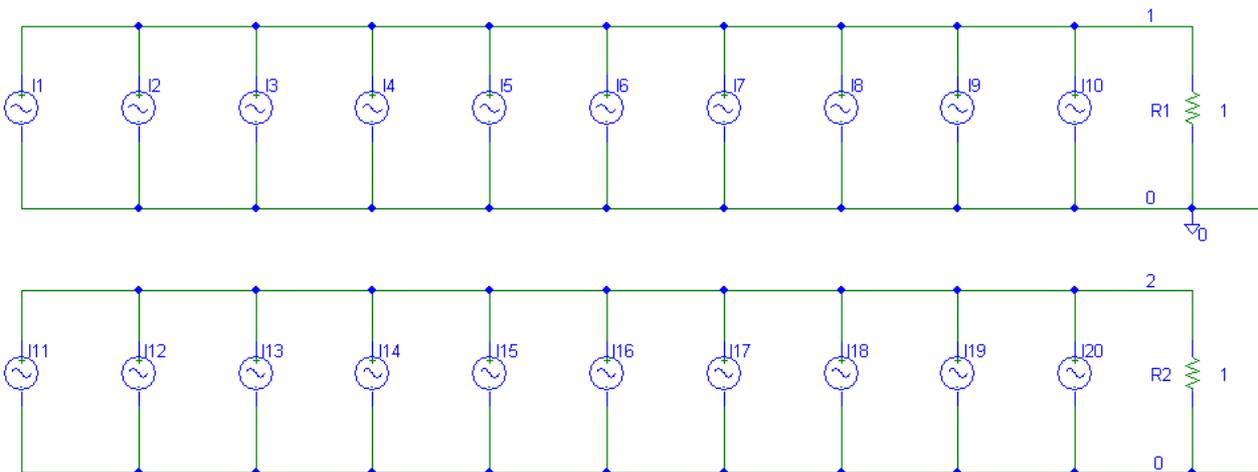


Figura 19: schema di due sistemi a dieci portanti a fase mista

In questo circuito i primi dieci generatori, $I_1 \dots I_{10}$, che all'inizio del ciclo al tempo $t=0$ hanno in comune la fase $\{\cos(\omega_n t \pm 0^\circ)\}$, dove $n=1..10\}$, erogano le loro correnti verso il carico resistivo R1. Gli altri dieci generatori $I_{11} \dots I_{20}$ erogano invece le loro correnti verso il carico resistivo R2. La fase di questo secondo gruppo di generatori al tempo $t=0$ è shiftata di 36° l'una rispetto all'altra secondo il seguente piano:

$$\varphi_1 = 144^\circ, \varphi_2 = 108^\circ, \varphi_3 = 72^\circ, \varphi_4 = 36^\circ, \varphi_5 = 0^\circ,$$

$$\varphi_6 = 180^\circ, \varphi_7 = 216^\circ, \varphi_8 = 252^\circ, \varphi_9 = 288^\circ, \varphi_{10} = 324^\circ.$$

Anche in questo caso i generatori centrali I_{15} e I_{16} sono shiftati di 180° fra loro, quelli adiacenti sono shiftati in modo incrementale verso destra e verso sinistra di 36° ($360^\circ/10$).

dove:

$$f_1 = 100\text{MHz} \quad f_2 = 98,8\text{MHz} \quad f_3 = 98,6\text{MHz} \quad f_4 = 98,4\text{MHz} \quad f_5 = 98,2\text{MHz}$$

$$f_6 = 98\text{MHz} \quad f_7 = 97,8\text{MHz} \quad f_8 = 97,6\text{MHz} \quad f_9 = 97,4\text{MHz} \quad f_{10} = 97,2\text{MHz}$$

$$w_1 = 2\pi f_1 t \quad w_2 = 2\pi f_2 t \quad w_3 = 2\pi f_3 t \quad w_4 = 2\pi f_4 t \quad w_5 = 2\pi f_5 t$$

$$w_6 = 2\pi f_6 t \quad w_7 = 2\pi f_7 t \quad w_8 = 2\pi f_8 t \quad w_9 = 2\pi f_9 t \quad w_{10} = 2\pi f_{10} t$$

$$\begin{aligned} e: \quad & i_{10} = I_{10} \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad i_{11} = I_{11} \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad i_{12} = I_{12} \cdot \cos(\omega_3 t + \varphi_3) \quad i_{14} = I_{14} \cdot \cos(\omega_4 t + \varphi_4) \\ & i_{15} = I_{15} \cdot \cos(\omega_5 t + \varphi_5) \quad i_{16} = I_{16} \cdot \cos(\omega_6 t + \varphi_6) \quad i_{17} = I_{17} \cdot \cos(\omega_7 t + \varphi_7) \quad i_{18} = I_{18} \cdot \cos(\omega_8 t + \varphi_8) \\ & i_{19} = I_{19} \cdot \cos(\omega_9 t + \varphi_9) \quad i_{20} = I_{20} \cdot \cos(\omega_{10} t + \varphi_{10}) \quad ; \quad I_1 \dots I_{16} = 1A \quad ; \quad R_1 = R_2 = 1 \text{ ohm} \end{aligned}$$

In fig.20 è raffigurato il risultato della simulazione nel dominio del tempo sia per le sorgenti non correlate in fase fra loro ($I_1 \dots I_{10}$ in verde) sia per quelle correlate ($I_{10} \dots I_{20}$ in rosso).

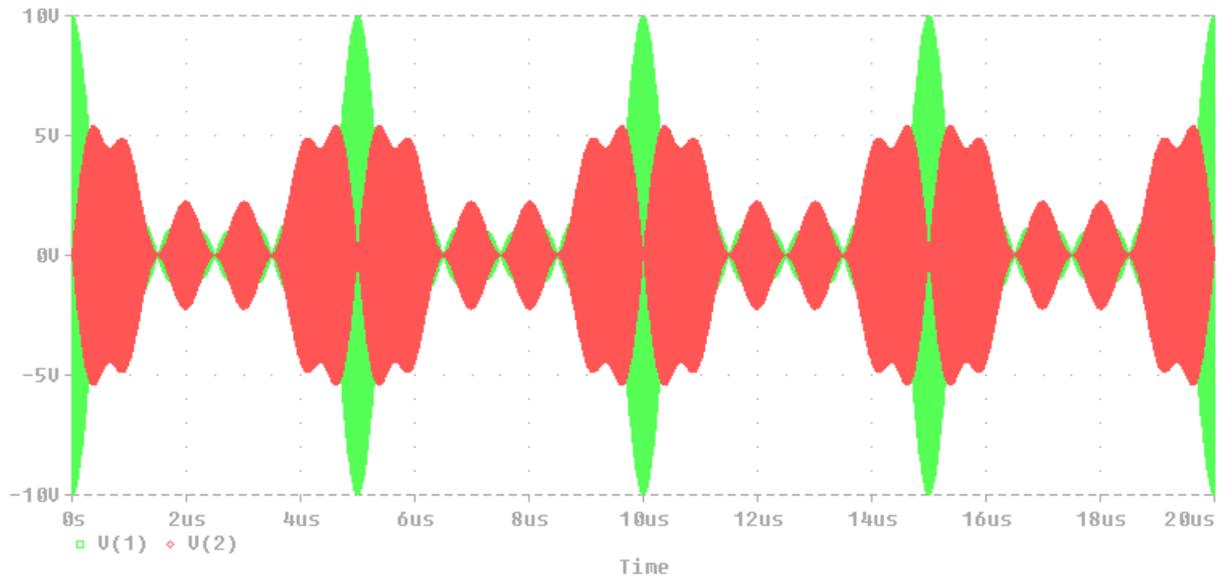


Figura 20: simulazione con n.10 generatori; non correlati (in verde) e correlati (in rosso)

Anche in questo caso la differenza dei valori ottenuti sul picco di involuppo è evidente, così come anche il valore del picco di involuppo delle sorgenti correlate è sempre molto più contenuto rispetto a quello ottenuto con sorgenti non correlate. Si fa notare che la rotazione di fase fra le sorgenti al tempo $t=0$ di 36° può essere incrementale, come in questo caso, oppure può anche essere decrementale, tuttavia in entrambi i casi l'involuppo sul nodo "2" rimarrebbe praticamente identico.

2.5 Sistema di cento (100) portanti correlate non modulate

A questo punto bisogna soltanto valutare se questo sistema di correlazione delle fasi per ridurre il valore del picco di involuppo può essere valido anche per un numero massiccio di sorgenti, ed è per questo che abbiamo provato a fare una simulazione nel dominio del tempo con n.200 generatori di corrente, 100 dei quali sono correlati fra loro, e per fare questo abbiamo disegnato un apposito circuito che non è possibile rappresentare in questo documento a causa della sua complessità (servirebbe un foglio di dimensioni A2).

In questo circuito i primi cento generatori, $I_1 \dots I_{100}$, che all'inizio del ciclo al tempo $t=0$ hanno in comune la fase $\{\cos(\omega_n t \pm 0^\circ)\}$, dove $n=1..100$, erogano le loro correnti verso il carico resistivo R1. Gli altri cento generatori $I_{101} \dots I_{200}$ erogano invece le loro correnti verso il carico resistivo R2. La fase di questo secondo gruppo di generatori al tempo $t=0$ è shiftata di $3,6^\circ$ l'una rispetto all'altra ($360/100=3,6^\circ$). I generatori centrali I_{149} e I_{150} sono shiftati di 180° fra loro, quelli adiacenti sono shiftati in modo incrementale verso destra e verso sinistra di $3,6^\circ$. La frequenza dei generatori decresce di 200KHz a partire da 100MHz, pertanto la frequenza degli ultimi in sequenza (I_{100} e I_{200}) è di 80,2MHz.

In fig.21 è rappresentata la simulazione nel dominio del tempo del primo blocco di 100 generatori, quelli non correlati fra loro.

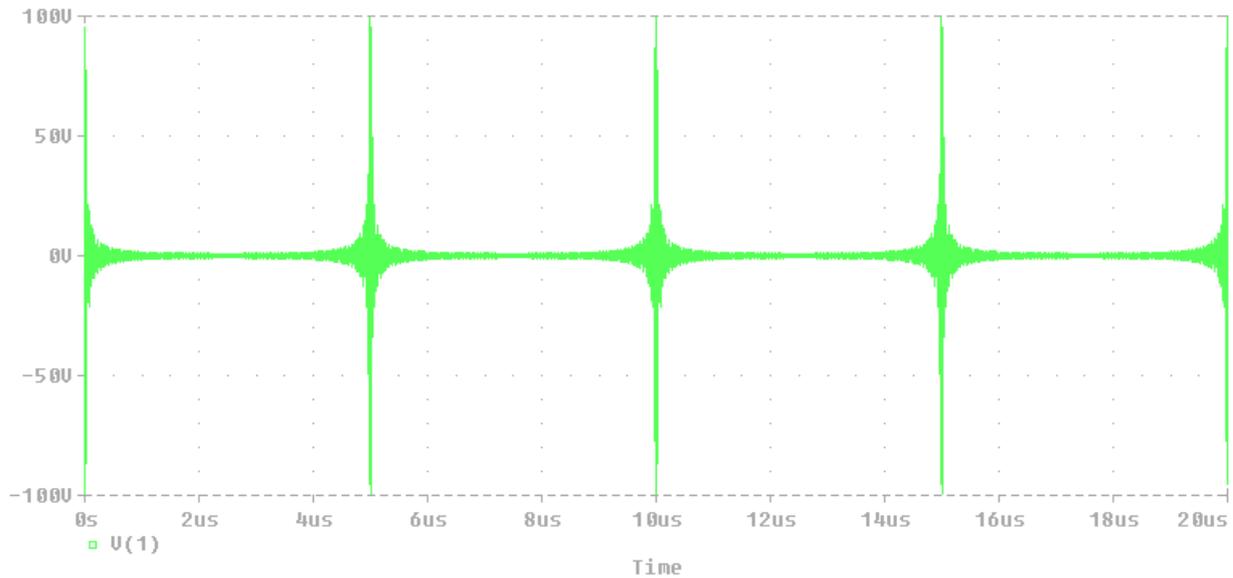


Figura 21: simulazione nel dominio del tempo di cento (100) sorgenti non correlate

In questa rappresentazione è evidente l'incremento iperbolico dell'ampiezza del vettore risultante in prossimità dell'intervallo di coincidenza che capita sempre ogni 5us proprio perché la frequenza dei generatori è sempre shiftata di 200KHz, l'uno rispetto all'altro. Nel caso invece di sorgenti correlate avremo la situazione rappresentata in fig.22 e in fig.23.

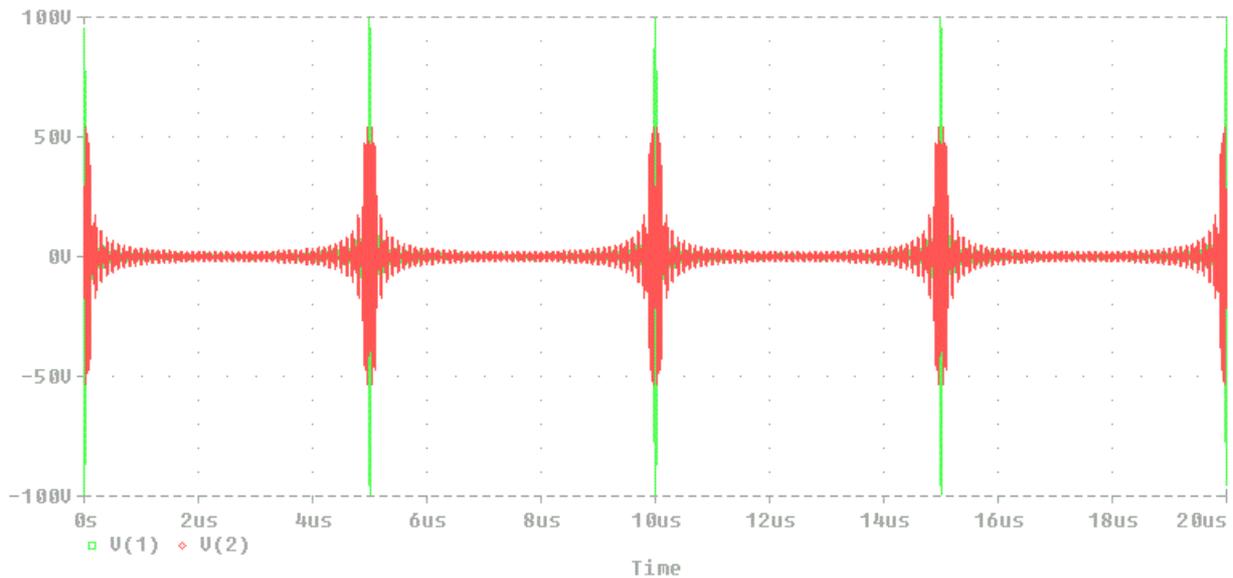


Figura 22: simulazione di cento (100) sorgenti correlate (traccia rossa)

La correlazione delle fasi delle sorgenti riduce notevolmente la tensione al picco di involuppo, tuttavia questa tecnica non è in grado di fare “miracoli”, nel senso che in prossimità dell'intervallo di coincidenza c'è sempre da aspettarsi un picco di tensione di notevole intensità, sebbene sia contenuto di quasi 6dB rispetto a un involuppo ottenuto con portanti non correlate. All'aumentare del numero di portanti questo picco raggiunge infatti livelli elevatissimi rispetto alla media ed è estremamente difficile gestirlo con la dinamica che offrono i normali amplificatori RF.

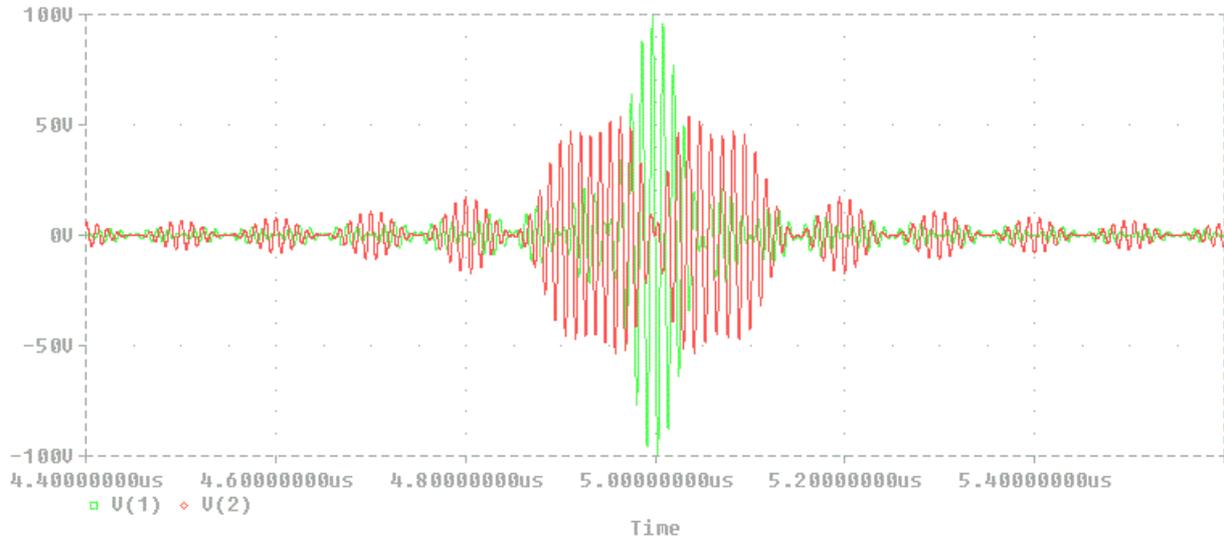


Figura 23: zoom sull'asse (x) delle tracce di fig.23 (simulazione di 100 sorgenti)

Gli amplificatori di tipo “doherty” con un back-off di soli 6dB non avrebbero alcun senso se fossero utilizzati con sorgenti non correlate, all'atto pratico non offrirebbero alcun vantaggio sul rendimento complessivo dell'amplificatore. Utilizzando invece un sistema di sorgenti correlate i vantaggi potrebbero essere molto più significativi utilizzando amplificatori doherty, soprattutto se essi avessero un back-off di 9dB o meglio ancora di 12dB.

Gli amplificatori ETPA (Envelope Tracking Power Amplifiers) sopra descritti in fig.5 sarebbero difficili da implementare a causa della rapidità con cui si manifesta il picco di inviluppo in prossimità dell'intervallo di coincidenza, e questo vale sia per sorgenti non correlate, sia per quelle correlate, purtroppo. Tuttavia c'è da dire che la posizione temporale dell'intervallo di coincidenza nei sistemi multicarrier è noto e quindi è anche prevedibile. Questo aspetto renderebbe molto più semplice realizzare i circuiti di alimentazione switching di questo tipo di amplificatore, ma ad oggi non esiste una letteratura in merito a questo argomento, soprattutto perché gli ETPA sono utilizzati raramente e soltanto con segnali C-OFDM che prevedono una modulazione a costellazione su ogni portante e che quindi non consentono di fare previsioni sulla posizione temporale e tanto meno sul livello di picco di segnale RF presente all'ingresso. Questa è la ragione per cui tutti gli ETPA hanno un ingresso apposito per analizzare l'inviluppo generato dal modulatore in banda base (vedi fig.5).

2.6 Sistema di otto portanti modulate in FM

L'obiettivo finale di questo documento è quello di dimostrare che nei sistemi multicarrier con portanti correlate modulate in FM, ciascuna con lo stesso contenuto di informazione e lo stesso indice di modulazione, hanno lo stesso inviluppo nel dominio del tempo di altrettante portanti correlate non modulate. Inoltre, come si è visto nei precedenti capitoli la correlazione delle portanti riduce sensibilmente il livello del picco di inviluppo e questo consente di utilizzare amplificatori RF meno potenti e quindi più economici.

Per questa dimostrazione abbiamo utilizzato un generatore particolare presente nelle librerie di PSPICE, la sorgente VSFFM (Voltage Single Frequency Frequency Modulated source). La funzione che applica questo generatore è la seguente:

$$V(t) = V_O + V_P \cos[2\pi f_p t + m \cos(2\pi f_m t)]$$

dove: V_O è la tensione di offset, V_P è la tensione di picco della portante, f_p è la frequenza della portante, m è l'indice di modulazione e f_m è la frequenza del tono modulante. Trattandosi di un generatore di tensione per poterlo utilizzare sui nostri circuiti bisogna prima trasformarlo in un generatore di corrente. Dalla letteratura si sa che i generatori di corrente equivalgono a generatori di tensione infinita con resistenza interna infinita. Nel nostro caso, poiché la resistenza di carico ha un valore molto basso (1 ohm) abbiamo scelto di porre il parametro $V_P = 1000V$ e di aggiungere in serie una resistenza pari a 1000 ohm simulando così la resistenza interna. Con questi valori elevati l'errore che possiamo tollerare è pari all'1‰ mentre la corrente di picco di ciascun generatore di corrente equivalente è sempre di circa 1A (valore approssimato). Il circuito che abbiamo realizzato è rappresentato in fig.24.

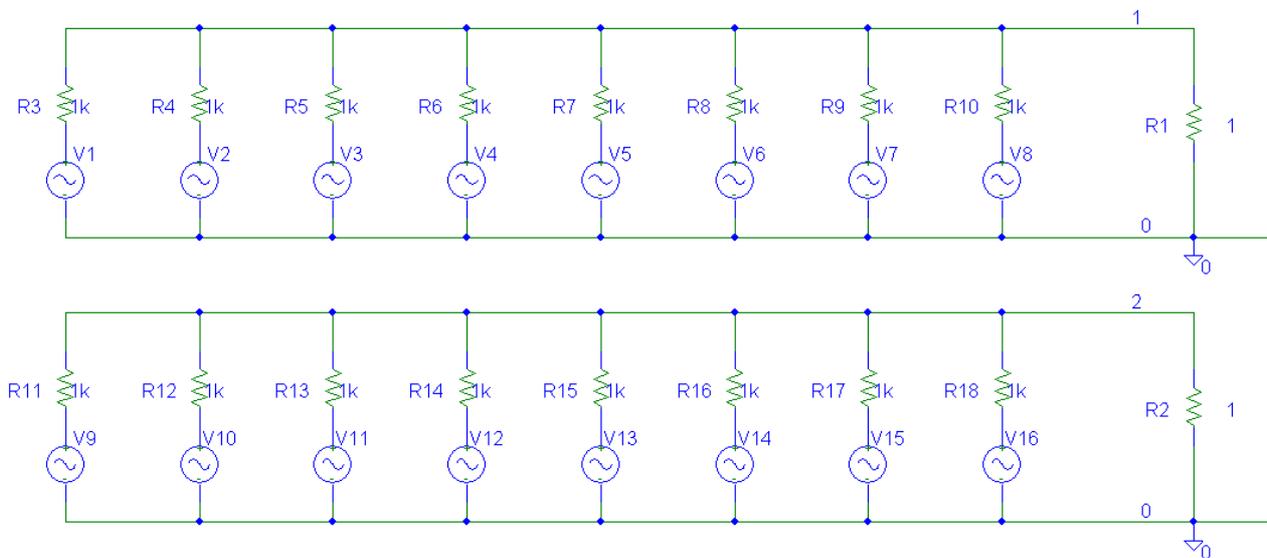


Figura 24: schema di due sistemi a otto portanti VSFFM

In questo schema i generatori $V_1 \dots V_8$ generano i loro involucri modulati sul carico R_1 , mentre gli altri otto generatori, $V_9 \dots V_{16}$ generano i loro involucri modulati sul carico R_2 . Le frequenze portanti dei due gruppi di generatori sono tutte shiftate di 200KHz l'una rispetto all'altra partendo dalla frequenza di 100MHz, pertanto i generatori V_1 e V_9 hanno una frequenza di 100MHz, i generatori V_2 e V_{10} hanno una frequenza di 99,8MHz, i generatori V_3 e V_{11} hanno una frequenza di 99,6MHz, e così via fino ai generatori V_8 e V_{16} che hanno una frequenza di 98,6MHz.

Per quanto riguarda invece il tono modulante per quasi tutti i generatori abbiamo utilizzato gli stessi valori riportati nell'esempio del paragrafo 1.2, cioè: $m = 3$; $f_m = 15KHz$. Le sorgenti V_9 e V_{10} , V_{11} e V_{16} abbiamo volutamente ridotto l'indice di modulazione a $m = 0,001$ (modulazione quasi assente). Lo scopo di questa riduzione è solo quello di poter osservare l'attendibilità di questa simulazione, perché se i circuiti funzionassero correttamente ci si aspetta che l'involucro complessivo di 8 portanti modulate con indice di modulazione completamente diversa fra loro dovrebbe essere abbastanza caotico, come in realtà si può osservare dalla simulazione rappresentata nelle figg. 25 e 26.

In fig.25 sono rappresentati entrambi gli involucri, quello sul nodo "1" (in verde) e quello sul nodo "2" (in rosso). In fig.26, invece, è stato rappresentato il solo involucro presente sul nodo "2" ma con un tempo di simulazione più lungo (100us).



Figura 25: simulazione nel dominio del tempo del circuito di fig.24

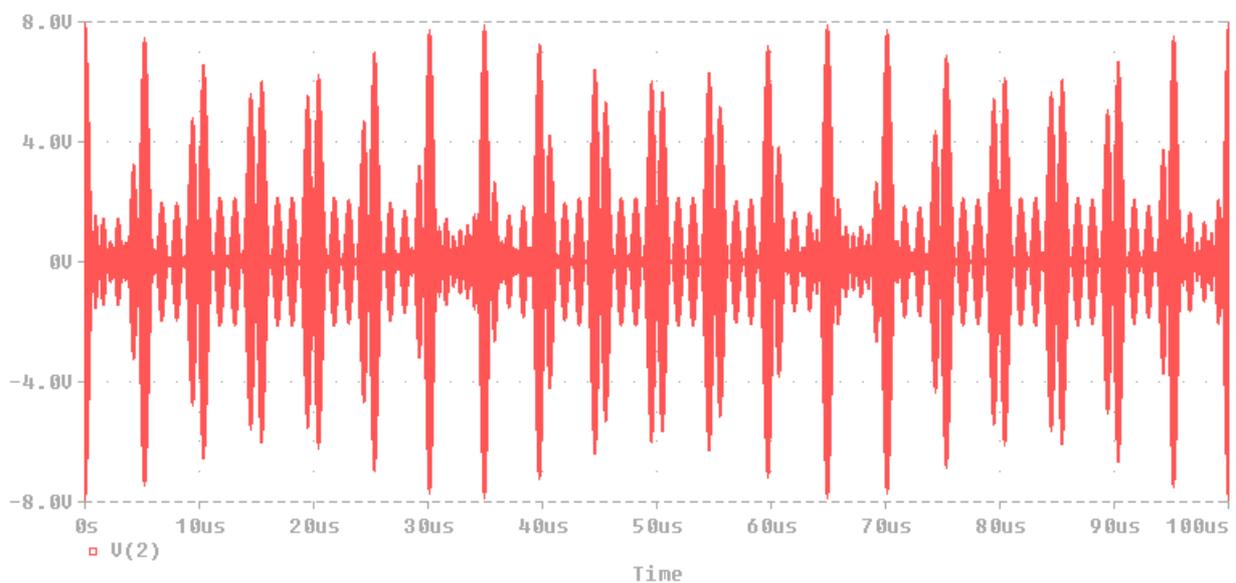


Figura 26: espansione dell'involuppo sul nodo "2" del circuito di fig.24 (asse X = 100us)

In quest'ultima rappresentazione è visibile anche la "ciclicità" con cui si evolve la modulazione FM nel tempo. Poiché la frequenza modulante è pari a 15KHz il periodo con cui si ripetono i cicli è pari a 66,666us con dei picchi e dei "ventri" di modulazione che si presentano ogni semi-ciclo. Pertanto possiamo affermare con assoluta certezza che sia il modello VSFFM che il circuito rappresentato in fig.24 funzionano regolarmente poiché la sua simulazione nel dominio del tempo restituisce valori che coincidono con le ipotesi che avevamo citato inizialmente.

Ma la particolarità di questa simulazione non è tanto quello che accade sul nodo "2", è la situazione che si verifica sul nodo "1" che è stupefacente. Infatti su questo nodo è presente una evoluzione dell'involuppo molto regolare che non dipende dal tono modulante e neppure dall'indice di modulazione. La rappresentazione di tale evoluzione è stata rappresentata in fig.27. Da ciò che si può osservare essa è una evoluzione che coincide esattamente con quella di otto portanti di ampiezza uguale, non modulate e non correlate fra loro, poste a una distanza di 200KHz l'una dall'altra. Eppure possiamo garantire che le otto sorgenti $V_1 .. V_8$ in questa simulazione sono tutte modulate in FM con un tono da 15KHz e con un indice di modulazione pari a 3.

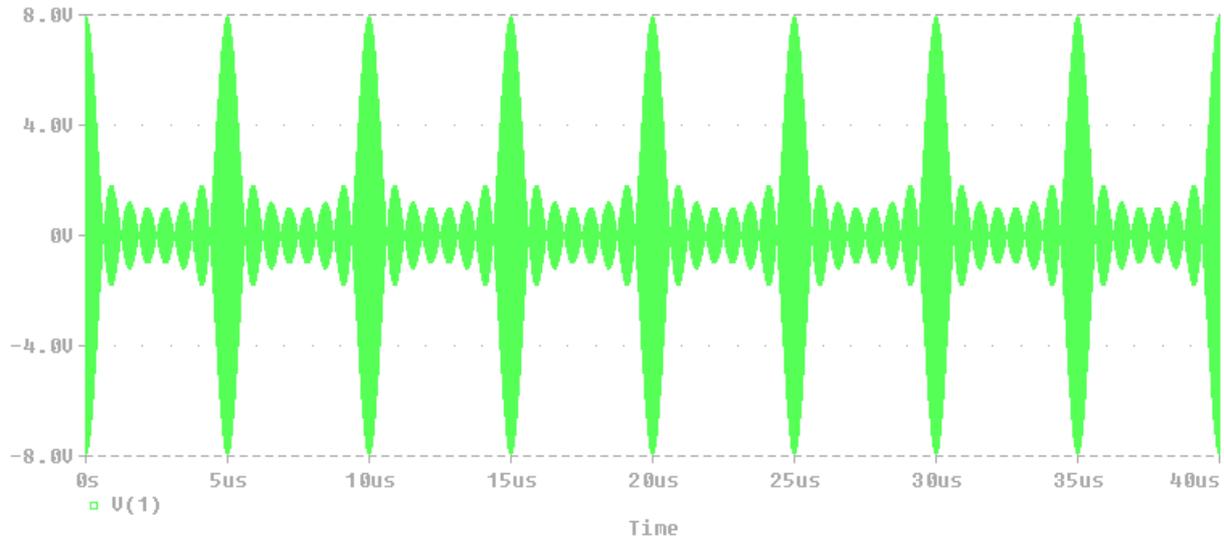


Figura 27: inviluppo presente sul nodo “1” del circuito di fig.24

A questo punto avremmo voluto provare a correlare queste otto sorgenti per vedere se gli effetti della loro correlazione fossero gli stessi che erano stati descritti nei paragrafi precedenti. Purtroppo però il modello VSFFM non consente di variare la fase della portante all'inizio del ciclo di simulazione. Tuttavia possiamo aggirare parzialmente questo ostacolo creando “virtualmente” una correlazione minima delle sorgenti invertendo la fase di 4 generatori su 8, come avevamo fatto nell'esempio di fig.13 con sole 4 sorgenti di corrente. Lo schema quindi di quest'ultima prova lo troviamo rappresentato in fig. 28.

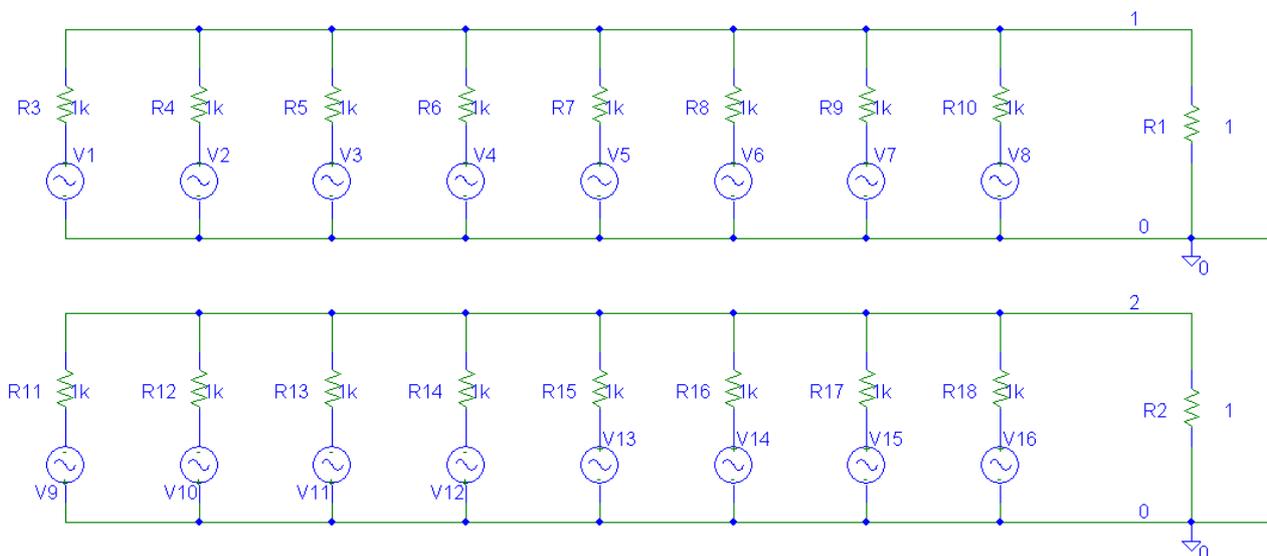


Figura 28: schema di due sistemi a otto portanti VSFFM con V_9 , V_{10} , V_{11} e V_{12} a fasi invertite

Questo schema è molto simile a quello rappresentato in fig.24, tuttavia in questo caso tutte le 16 sorgenti hanno un indice di modulazione pari a 3, ma quattro di esse, V_9 , V_{10} , V_{11} e V_{12} , sono state capovolte in modo da avere una fase al tempo $t=0$ (inizio ciclo) in opposizione di fase rispetto a tutte le altre sorgenti. Tutti gli altri parametri, frequenze, tono modulante, ecc. sono rimaste le stesse di quelle già utilizzate nell'esempio precedente.

Il risultato di questa simulazione è rappresentato in fig.29. In verde è rappresentato l'inviluppo presente sul nodo 1, mentre in rosso è rappresentato quello presente al nodo “2”.

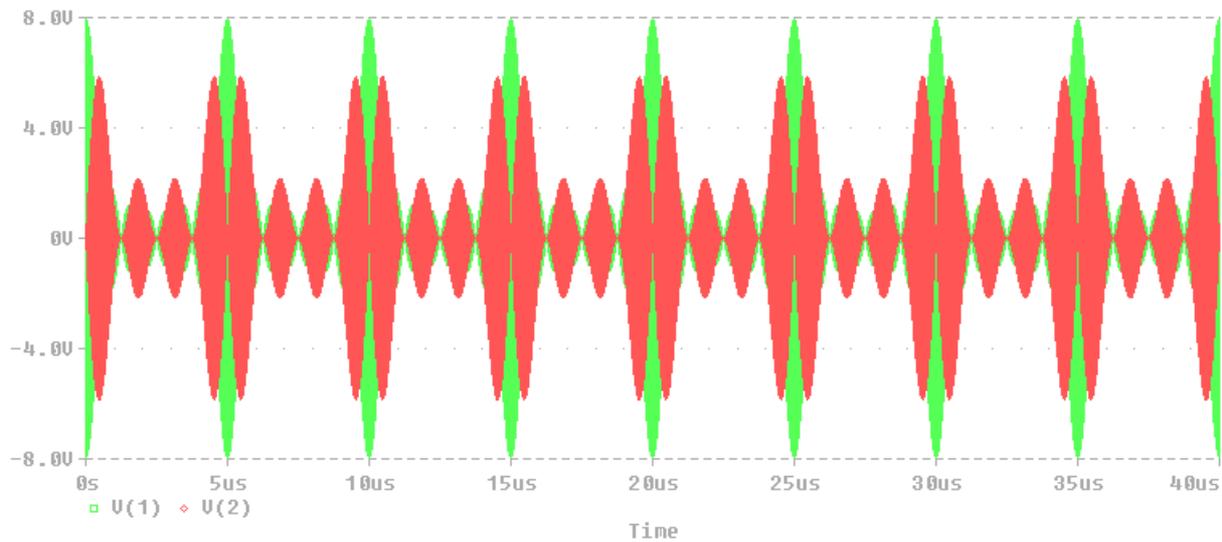


Figura 29: simulazione nel dominio del tempo del circuito di fig.28

In questo caso notiamo che entrambi gli involucri sono indipendenti dalla frequenza del tono modulante e dall'indice di modulazione delle sorgenti. Esse si comportano esattamente come se fossero sorgenti prive di modulazione. Oltretutto notiamo che i “benefici” della correlazione fra le portanti del secondo gruppo di generatori rimangono anch'essi inalterati, nel senso che il picco di involuppo ottenuto con quattro sorgenti su otto in opposizione di fase non cambia rispetto al caso di sorgenti non modulate. In pratica sui nodi “1” e “2” si hanno le seguenti relazioni:

$$V_{pep1} = R \cdot \sum_{n=1}^8 |i_n(t)| \quad \text{mentre sul nodo “2” la relazione è:} \quad V_{pep2} = \frac{3}{4} \cdot R \cdot \sum_{n=9}^{16} |i_n(t)|$$

dove con i_n si intendono le correnti istantanee erogate da ogni singola sorgente verso il carico.

Pertanto senza dubbio si può anche confermare che aumentando il livello di correlazione fra le sorgenti, come era stato già ampiamente discusso nei paragrafi precedenti, è possibile ridurre il valore di tensione istantanea al picco di involuppo fino a quasi 6dB rispetto a sorgenti non correlate.